

TOWARDS A THEORY OF MULTIVARIATE GAUSSIAN EXTREMES

Thesis summary – Pavel IEVLEV

HEC Lausanne/November – 2024

This thesis explores several directions in the theory of extremal behaviour of Gaussian processes opened by a recent paper by K. Dębicki, E. Hashorva and L. Wang (2019). In Chapter 2 we extend their results from processes to a simple yet rich class of non-homogenous vector-valued Gaussian random fields. As an application of this extension, we derive exact asymptotic approximations of the so-called double crossing probabilities. In Chapters 3, we present a new class of covariance matrix functions of exponential type, which we later apply in Chapter 4 in conjunction with the Gordon inequality to the study of extremes of locally-homogenous Gaussian random fields. This allows to significantly simplify proofs and avoid using stringent assumptions, required by the previously available techniques. In Chapter 5, we introduce a class of multivariate Gaussian processes, Brownian decision trees, closely related to the well-known Branching Brownian motion and study their extremal behaviour. In Chapter 6, we investigate the Parisian ruin in the so-called many inputs proportional reinsurance risk model with fractional Brownian motion input.

Cette thèse explore plusieurs directions dans la théorie du comportement extrême des processus gaussiens, ouvertes par un article récent de K. Dębicki, E. Hashorva et L. Wang (2019). Dans le Chapitre 2, nous étendons leurs résultats des processus à une classe simple mais riche de champs aléatoires gaussiens vectoriels non homogènes. Comme application de cette extension, nous dérivons des approximations asymptotiques exactes des probabilités dites de double franchissement. Dans le Chapitre 3, nous présentons une nouvelle classe de fonctions de matrice de covariance de type exponentiel, que nous appliquons par la suite dans le Chapitre 4 en conjonction avec l'inégalité de Gordon à l'étude des extrêmes des champs aléatoires gaussiens localement homogènes. Cela permet de simplifier considérablement les démonstrations et d'éviter l'utilisation d'hypothèses strictes requises par les techniques précédemment disponibles. Au Chapitre 5 nous introduisons une classe de processus gaussiens multivariés, les arbres de décision browniens, étroitement liés au bien connu mouvement brownien branchant, et nous étudions leur comportement extrême. Dans le Chapitre 6, nous étudions la ruine parisienne dans le modèle de réassurance à entrées multiples proportionnelles avec un mouvement brownien fractionnaire en entrée.